

## Непрерывная идентификация нелинейной модели движения судна с наблюдателем

### Continuous identification of nonlinear vessel movement model with estimator

*Аннотация.* Предлагается подход к составлению системы уравнений движения судна, согласующий законы изменения угловой и линейной скоростей. Разрабатывается способ построения линейного наблюдателя на основе фильтра Калмана для нелинейной системы уравнений движения судна. Выполняется моделирование идентификации движения судна в процессе управляемого движения по зашумленным сигналам угловой и линейной скоростей с помощью наблюдателя.

*Ключевые слова.* Модель движения, наблюдатель, идентификация

*Abstract.* Offered an approach to composition of vessels movement equations system, conforming the laws of angular and linear velocities. Developed the way of Kalman filter-based linear estimator construction for nonlinear vessel motion equations system. Simulated identification process of vessel movement model by estimated noised data of angular and linear velocities.

*Key words.* Motion model, estimator, identification.

#### *Модель движения судна*

Для решения задач управления судном и разработки систем управления используются и исследуются различные математические линейные и нелинейные модели его движения [1-6, 10, 12, 13, 15]. XIV Международной конференцией опытовых бассейнов (МКОБ) рекомендована модель углового движения судна, известная как нелинейная модель Номото второго порядка [7]:

$$T_1 T_2 \ddot{\omega} + (T_1 + T_2) \dot{\omega} + \omega + c_2 \omega / \omega + c_3 \omega^3 = k_s (\delta + T_3 \dot{\delta}), \quad (1)$$

где  $T_i$  - постоянные времени судна, с.;

$\omega$  - угловая скорость судна относительно вертикальной оси;

$c_i$  - коэффициенты влияния нелинейности системы;

$k_s$  - коэффициент влияния руля.

Угловые и линейные движения судна являются взаимно связанными и имеют взаимное влияние. На основании исследований [6] математическая модель взаимосвязи углового и линейного движений судна может быть представлена в упрощенном виде:

$$(m + \lambda_{11})\dot{v} + \chi_\omega(m + \lambda_{22})L\omega^2 + \frac{\rho}{2}A_0C_x v^2 = \chi_n n, \quad (2)$$

где  $\lambda_{ij}$  – присоединенные массы жидкости;

$\chi_\omega, \chi_n$  - коэффициенты влияния угловой скорости и частоты вращения винта на линейную скорость;

$C_x$  - коэффициент тангенциальной силы корпуса;

$m, L$  - масса и длина судна по действующей ватерлинии;

$\rho, A_0, T_E$  - плотность воды, площадь диска винта и тяга движителя;

$n, v$  - частота вращения винта, линейная скорость судна.

В соответствии с теорией управляемости и практики управления судном существует зависимость управляемости судна от поступи винта [1-2, 6, 12]. Такую зависимость предлагается аппроксимировать через коэффициент влияния руля модели (1) на основании предположения, что управляемость судна пропорциональна линейной скорости движения судна относительно воды, а влияние упора винта на управляемость тем меньше, чем больше линейная скорость:

$$k_s = \alpha_1 v + \alpha_2 n e^{-v\alpha_3}; \quad (3)$$

где  $\alpha_i$  - коэффициенты влияния линейной скорости и частоты вращения винта на управляемость судна.

Для дальнейшего исследования уравнения (1)-(3) линейного и углового движений судна решаются совместно и представляются в виде следующей системы обобщенных уравнений:

$$\begin{cases} \ddot{\omega} = a \dot{\omega} + b_1 \omega + b_2 \omega / \omega + b_3 \omega^3 + d_{nv} \delta + e_{nv} \dot{\delta}; \\ \dot{v} = f \omega^2 + g v^2 + hn, \end{cases} \quad (4)$$

$$d_{nv} = \frac{\alpha_1 v + \alpha_2 n e^{-v\alpha_3}}{T_1 T_2}; e_{nv} = \frac{(\alpha_1 v + \alpha_2 n e^{-v\alpha_3}) T_3}{T_1 T_2}; f = -\frac{\chi_\omega (m + \lambda_{22}) L}{m + \lambda_{11}}; g = -\frac{\rho A_0 C_x}{2(m + \lambda_{11})}; h = \frac{\chi_n}{m + \lambda_{11}};$$

$$a = -\frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2}; b_1 = -\frac{1}{T_1 T_2}; b_2 = -\frac{c_2}{T_1 T_2}; b_3 = -\frac{c_3}{T_1 T_2}; d = \frac{k_s}{T_1 T_2}; e = \frac{k_s T_3}{T_1 T_2}.$$

Целью исследования является разработка методов предварительной и текущей идентификация коэффициентов обобщенной математической модели (4) в процессе движения судна на основе измерений его кинематических параметров, составляющих полный вектор состояния:

$$x = [\omega \quad \dot{\omega} \quad \ddot{\omega} \quad v \quad \dot{v}]^T,$$

где  $x$  – вектор состояния судна.

Типовое штатное навигационное оборудование судна позволяет измерять лишь показания угловой и линейной скоростей, подверженные погрешностям измерения и воздействиям внешней среды.

Для минимизации погрешностей получения данных и восстановления полного вектора состояния судна предлагается построить и использовать наблюдатель состояния с текущей подстройкой на основе идентификации.

Для выявления физических свойств модели (4) при идентификации предлагается выполнять специальные стандартные маневры (циркуляция, зиг-заг и др.) [MSC], применяемые в теории управляемости и практике оценки маневренных качеств судна.

#### *Построение наблюдателя вектора состояния судна*

В качестве основы построения наблюдателя оценок полного вектора состояния судна по зашумленным измерениям угловой и линейной скоростей, предлагается использовать дискретный фильтр Калмана [7, 9, 14, 16, 17]. Для этого система уравнений (4) представляется в форме системы уравнений состояния и наблюдения в дискретном виде:

$$\begin{cases} \dot{x}[k+1] = Ax[k] + Bu[k] + Gw[k]; \\ y[k] = Cx[k] + v[k], \end{cases} \quad (5)$$

где  $x$ ,  $u$ ,  $y$  – векторы состояния, управления и измеряемого выхода системы;

$A$ ,  $B$ ,  $C$  – матрицы системы, управления, измерения;

$G$  – матрица шума модели;

$w_k$ ,  $v_k$  – векторы белого шума модели и измерений в момент времени  $k$ .

Компоненты матриц системы (5) составляются на основе дифференцирования уравнений (4) по времени при постоянстве скоростей изменения частоты вращения винта и переключки руля ( $\dot{n} = \text{const}$ ;  $\dot{\delta} = \text{const}$ ):

$$\dot{\omega} = \dot{x}_1 = x_2;$$

$$\ddot{\omega} = \dot{x}_2 = b_1 x_1 + a x_2 + b_2 \text{sign}(x_1) u_4 + b_3 u_5 + b_4 u_7 + b_5 u_9 + b_6 u_8 + b_7 u_{10};$$

$$\dddot{\omega} = \dot{x}_3 = b_1 x_2 + a x_3 + 2b_2 \text{sign}(x_1) u_{14} + 3b_3 u_{16} + b_4 (u_8 + u_{11}) + b_5 (u_{10} - \alpha_3 u_9 + u_{12}) + b_6 u_{17} + b_7 (u_{18} - \alpha_3 u_{19});$$

$$\dot{v} = x_4 = f u_4 + g u_6 + h u_3;$$

$$\ddot{v} = \dot{x}_5 = 2f u_{14} + 2g u_{15} + h u_{13};$$

$$x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5]^T; \quad y = [\omega \ v]^T; \quad u = [u_1 \dots u_{19}]^T;$$

$$\begin{aligned} u_1 &= \delta; & u_2 &= \dot{\delta}; & u_3 &= n; & u_4 &= \omega^2; & u_5 &= \omega^3; \\ u_6 &= v^2; & u_7 &= v\dot{\delta}; & u_8 &= v\dot{\delta}; & u_9 &= \dot{v} n \delta e^{-v\alpha_3}; & u_{10} &= n \dot{\delta} e^{-v\alpha_3}; \\ u_{11} &= \dot{v} \delta; & u_{12} &= \dot{n} \delta e^{-v\alpha_3}; & u_{13} &= \dot{n}; & u_{14} &= \dot{\omega} \omega; & u_{15} &= v \dot{v}; \\ u_{16} &= \omega^2 \dot{\omega}; & u_{17} &= \dot{v} \dot{\delta}; & u_{18} &= \dot{n} \dot{\delta} e^{-v\alpha_3}; & u_{19} &= \dot{v} \dot{\delta} e^{-v\alpha_3}. \end{aligned}$$

Для упрощения процедур построения наблюдателя вектора состояния, в данных уравнениях влияние нелинейных составляющих вектора состояния на основе принципов эвристической декомпозиции переменных [5] представлены псевдоуправлениями в векторе управляющих воздействий. В результате матрицы уравнений (5) принимают вид:

$$A = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ b_1 & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_1 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}; \quad C = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix};$$

$$B = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_2 \text{sign}(x_1) & b_3 & 0 & b_4 & b_6 & b_5 & b_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_4 & -b_5 \alpha_3 & b_5 & b_4 & b_5 & 0 & b_2 \text{sign}(x_1) & 0 & 3b_3 & b_6 & b_7 & -b_7 \alpha_3 \\ 0 & 0 & h & f & 0 & g & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h & 2f & 2g & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix};$$

$$b_4 = \frac{\alpha_1}{T_1 T_2}; \quad b_5 = \frac{\alpha_2}{T_1 T_2}; \quad b_6 = \frac{\alpha_1 T_3}{T_1 T_2}; \quad b_7 = \frac{\alpha_2 T_3}{T_1 T_2}.$$

Уравнения состояния наблюдателя и текущей оценки вектора состояния наблюдателем по входным и выходным данным при дискретных измерениях по критерию минимума квадрата погрешности оценивания представляются в виде:

$$\hat{x}[k+1|k] = A\hat{x}[k|k-1] + Bu[k] + L[k] \left( y[k] - C\hat{x}[k|k-1] \right); \quad (6)$$

$$\hat{x}[k|k] = \hat{x}[k|k-1] + M[k] \left( y[k] - C\hat{x}[k|k-1] \right),$$

где  $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$  - оценки вектора состояния и выхода;

$L$ ,  $M$  - матрица усиления и обновленная матрица усиления наблюдателя.

Эти матрицы усиления фильтра вычисляются решением алгебраического уравнения Риккати в стандартном блоке “Kalman Filter” в среде Simulink MATLAB©:

$$L = APC^T (CPC^T + R)^{-1}; \quad M = PC^T (CPC^T + R)^{-1},$$

где,  $R$  - ковариационная матрица погрешности измерений;

$P$  - ковариационная матрица наблюдателя.

Для моделирования реального процесса измерений при управлении судном, в значения линейной и угловой скоростей добавляется помеха,

имеющая синусоидальную составляющую и гауссов белый шум. Белый шум соответствует погрешностям измерения, синусоида - погрешностям модели на волнении:

$$\omega_n = \omega(1 + 0,02v) + A_\omega \sin(\tau^{-1}); v_n = v + 0,2v + A_v \sin(\tau^{-1}),$$

где  $\tau$  – период волнения;

$A_\omega, A_v$  – коэффициенты, характеризующие степень влияния волнения на угловую и линейную скорости;

$v$  – гауссов белый шум, имеющий равномерное распределение на промежутке [-1;1].

### *Моделирование процессов оценивания вектора состояния судна*

Результаты моделирования движения судна по системе (4) и наблюдателя (5) в среде Simulink MATLAB [7] представлены на рис.1 и рис.2 с параметрами в табл.1.

Таблица 1. Параметры исходной модели

Коэффициент	Значение
$T_1$	150
$T_2$	50
$T_3$	0,5
$c_2$	10
$c_3$	20
$a_1$	0,0171
$a_2$	0,0015
$a_3$	0,0654
$f$	-0,1
$g$	-0,0003
$h$	0,0004

Параметры шума:

$$A_\omega = 5 \cdot 10^{-5}; A_v = 0.05; \tau = 10 \text{ с.}$$

Параметры наблюдателя:

$$G=I; R=400.$$

Установившееся в процессе работы значение ковариационной матрицы  $P$  наблюдателя принимает следующее значение:

$$P = \begin{pmatrix} 30,2753 & 1,1407 & -0,0029 & 0 & 0 \\ 1,1407 & 0,1208 & -0,0001 & 0 & 0 \\ -0,0029 & -0,0001 & 0,1875 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2,0618 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 13,78 \end{pmatrix}.$$

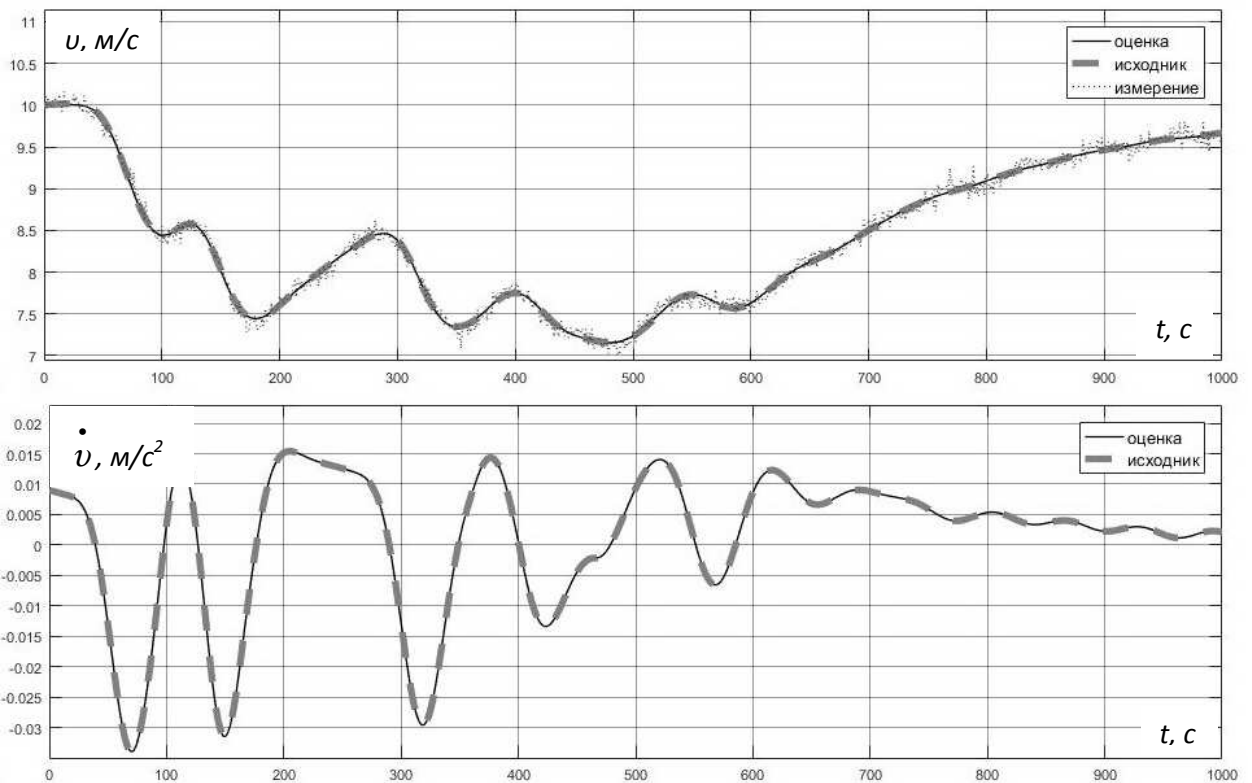


Рис.1. Оценка линейной скорости и ускорения наблюдателем.

Как видно из рис.1, 2, погрешности оценки полного вектора состояния модели (5) наблюдателем (6) - незначительны для производных угловой и линейной скоростей, удовлетворительны для сигналов угловой и линейной скоростей и, в целом, пригодны для использования в алгоритмах идентификации. Таким образом, фильтр, имеющий линейную структуру, способен производить достаточно качественную оценку вектора состояния нелинейных систем благодаря нелинейным компонентам матрицы

управления, составленным на основе знания математической модели объекта управления.

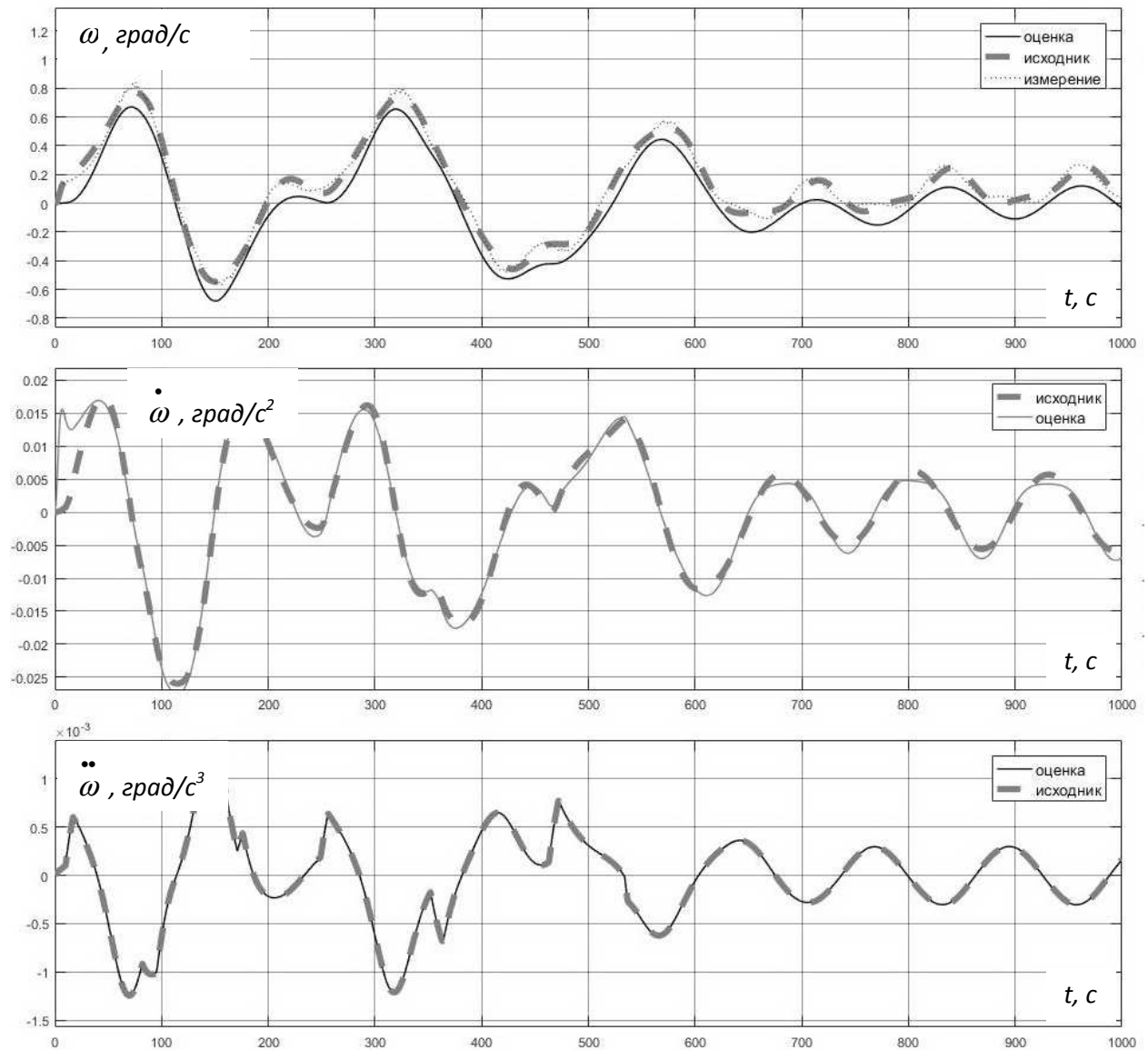


Рис.2. Оценка угловой скорости и ее производных наблюдателем.

### *Уточнение коэффициентов модели в процессе движения*

Для осуществления текущей идентификации параметров система (4) представляется в матричном виде:



$$\begin{cases} H_{\omega} = \Omega \times A_{\omega}; \\ H_v = Y \times A_v; \end{cases} \quad (7)$$

$$\Omega = \left[ \dot{\omega} \quad \omega \quad \omega|\omega| \quad \omega^3 \quad \delta(\alpha v + \alpha_2 n e^{-v\alpha_3}) \quad \dot{\delta}(\alpha v + \alpha_2 n e^{-v\alpha_3}) \right];$$

$$H_{\omega} = \ddot{\omega}; \quad A_{\omega} = [a \quad b_1 \quad b_2 \quad b_3 \quad d \quad e]^T; \quad d = \frac{1}{T_1 T_2}; \quad e = \frac{T_3}{T_1 T_2};$$

$$Y = [v^2 \quad \omega^2 \quad n]; \quad H_v = \dot{v}; \quad A_v = [f \quad g \quad h]^T.$$

Оперативное уточнение коэффициентов модели (7) осуществляется методом наименьших квадратов в перемещающемся окне значений заданной длины в виде:

$$A_{\omega} = \Omega_N^+ \times H_{\omega N}; \quad A_v = Y_N^+ \times H_{vN}; \quad \alpha_i = \text{const},$$

где  $N$  – длина скользящего окна измерений;

$\Omega_N, Y_N, H_{\omega N}, H_{vN}$  – последовательности длиной  $N$ , составленные из оценок наблюдателя соответствующих параметров модели (6);

$^+$  – знак псевдообратности.

Результаты моделирования процесса оперативного уточнения коэффициентов по зашумленным данным представлен на рис.3, рис.4:

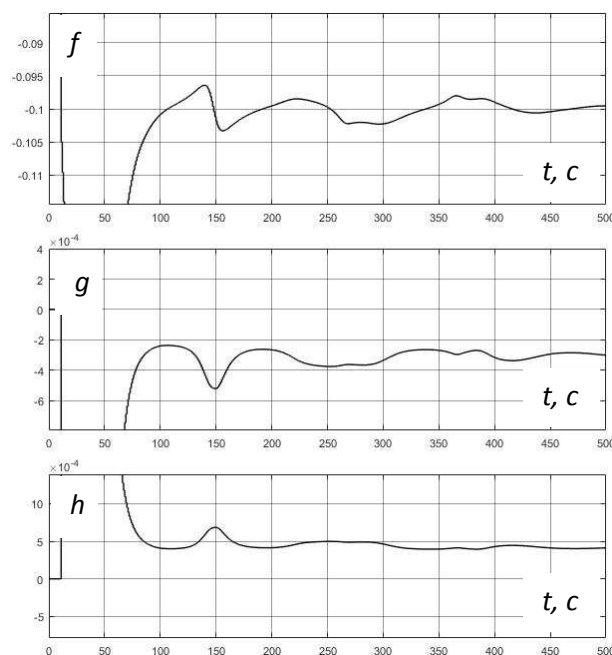


Рис.3. Процесс вычисления коэффициентов уравнения линейной скорости  $A_v$ .

Из рис.3 видно, что процесс определения коэффициентов уравнения линейной скорости имеет плавный характер, для уравнения угловой скорости – скачкообразный на первоначальном этапе в 50с. На этом этапе работа наблюдателя неудовлетворительна, однако учитывая общую инерционность судна - допустима. Причиной скачкообразности процесса настройки является общая сложность и нелинейность процессов, отражаемых уравнением угловой скорости, а также малое значение начальных кинематических параметров модели. При этом, все коэффициенты достигают своего установившегося значения за промежуток времени примерно равный 200 с.

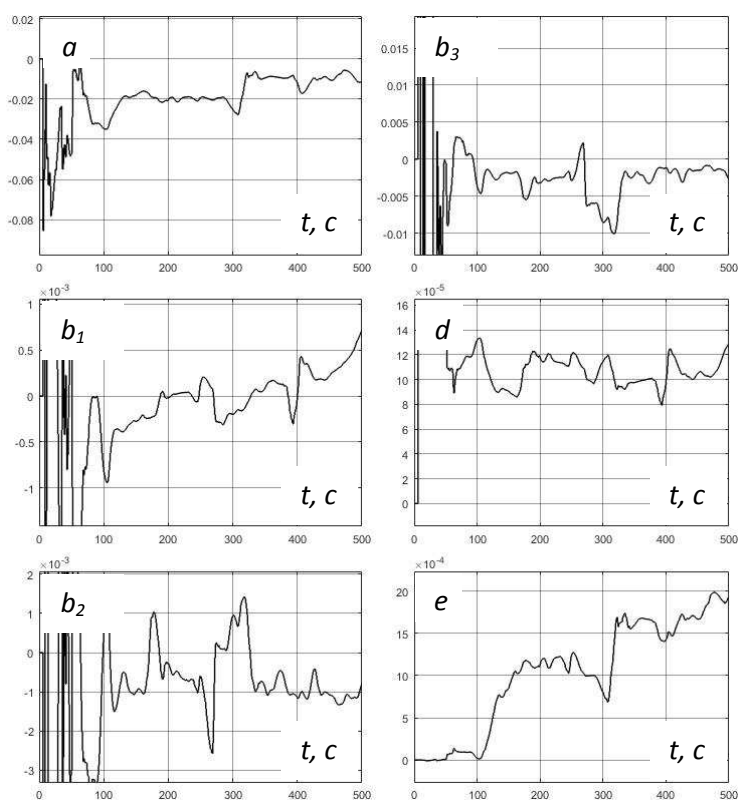


Рис.4. Процесс вычисления коэффициентов уравнения угловой скорости  $A_\omega$

По уточненным коэффициентам в процессе движения восстанавливается математическая модель (7). Соответствие восстановленной модели по уточненным коэффициентам исходной предлагается оценить по среднеквадратическому отклонению первой от второй в процессе моделирования их работы. SKO параметров настраиваемой модели от исходной на промежутке 500 с. - сведены в таблицу 2:

Таблица 2. СКО параметров настраиваемой модели

	$\ddot{\omega}$	$\dot{\omega}$	$\omega$	$\dot{v}$	$v$
СКО	$5,3 \cdot 10^{-9}$	$1,3 \cdot 10^{-6}$	0,05	$1,6 \cdot 10^{-6}$	0,014

Среднеквадратическое отклонение кинематических параметров восстановленной обобщенной нелинейной модели Номото второго порядка с предложенным способом согласования угловой и линейной скоростей, при помощи наблюдателя на основе фильтра Калмана с предложенной линейной структурой, от эталонной модели, на указанном промежутке времени – достаточно низкое. Полученные коэффициенты могут быть использованы, например, в построении систем автоматического управления на основе рассмотренной модели. В качестве направления дальнейших исследований предлагается отыскание метода идентификации при небольших значениях кинематических параметров судна.

### *Литература*

1. **Вагущенко, Л.Л.** Системы автоматического управления движением судна [Текст]/ Л.Л.Вагущенко, Н.Н.Цымбал.– Одесса: Латстар, 2002. – 310 с.
2. **Васильев, А.В.** Управляемость судов [Текст].- Л.: Судостроение, 1989.- 328 с.
3. **Васьков, А.С.** Адаптивное оценивание движения судна в автоматизированной системе управления [Текст]/ А.С.Васьков, В.Н.Мотрук// Труды ЦНИИМФ: Судовождение и автоматизация судовых технических средств.- Л.: Транспорт, 1985.- С.93 – 96.
4. **Васьков, А.А.** Разделение задач управления движением судна [Текст]/ А.А.Васьков, А.С.Васьков// Изв.вузов Сев.Кавк. рег.Техн.науки.– 2002.– Спецвыпуск.– С.51-54.
5. **Веремей, Е.И.** Компьютерное моделирование систем управления движением морских подвижных объектов. [Текст]/ Е.И.Веремей, В.М.Корчанов, М.В.Коровкин, С.В.Погожев.– СПб.: НИИ Химии СПбГУ.- 2002.- 370 с.
6. **Войткунский, Я.И.** Справочник по теории корабля: Том 3 [Текст].– Л.: Судостроение, 1985. — 544 с.
7. **Дьяконов, В.П.** MATLAB. Анализ, идентификация и моделирование систем. Специальный справочник [Текст]/ В.Дьяконов, В.Круглов.– СПб.: Питер, 2002.– 448 с.
8. **Красовский, А.А.** Справочник по теории автоматического управления [Текст].- М.: Наука, 1987.- 712 с.

9. **Кузовков Н.Т.** Модальное управление и наблюдающие устройства [Текст].– М: Машиностроение, 1976. –184 с.
10. **Лукомский, Ю.А.** Системы управления морскими подвижными объектами [Текст]/ Ю.А. Лукомский, В.С.Чугунов.- Л.: Судостроение, 1988.- 272 с.
11. **Пупков, К.А.** Методы классической и современной теории автоматического управления: Т.2. Синтез регуляторов и теория оптимизации САУ [Текст]/ К.А.Пупков, Н.Д.Егупов. - М.: МГТУ. – 2000. – 736 с.
12. **Снопков, В.И.** Управление судном [Текст].– СПб: Професионал, 2004.- 536 с.
13. **Mironenko, A.A.** Determining and tracking the programmed trajectory of a vessel [Text]/ A.A.Mironenko, A.C.Vaskov// Humanities & Science University Journal.– 2015. – №13. – P.74–87.
14. **Mohinder, S.** Kalman Filtering: Theory and Practice with MATLAB [Текст]/ Mohinder S. Grewal, Angus P.Andrew.- NY.: Wiley-IEEE Press, 2001.- 640 p.
15. **Perez, T.** Kinematic Models for Manoeuvring and Seakeeping of Marine Vessels [Text]/ T.Perez, T.I.Fossen// Modeling, Identification and Control. – 2007.- V.28.- N.1.- P.19-30.
16. **Sage, A.P.** Estimation Theory with Applications to communications and Control [Text]/ A.P.Sage, J.L.Melsa.- New York, 1971.- 529 p.
17. **Schwartz, M.** Signal Processing: Discrete Spectral Analysis, Detection, and Estimation [Текст]/ M.Schwartz, L.Shaw.- NY.: Mcgraw-Hill, 1975.– 396 p.

### *Сведения об авторах*

Бурьлин Ярослав Васильевич

ФГОУ ВПО ГМУ им. адмирала Ф.Ф. Ушакова

Рабочий адрес: 353918, Краснодарский кр., г. Новороссийск, пр. Ленина 93

Ученая степень, звание: -

Должность: преподаватель, специалист УММ

Электронная почта: burylin\_y@mail.ru

SPIN-код: 8287-5970

Burylin Yaroslav Vasilievich

Admiral Ushakov State Maritime University

Postal address: 93, Lenin Ave., Novorossiysk, Krasnodar reg, 353918, Russia