

## Метод исследования объёмных электрогидроприводных систем в среде MathCAD

### Method of probe volume electro-hydraulic drive systems in the environment of MathCAD

**Аннотация.** Излагается метод исследования объёмных электрогидроприводных систем в среде MathCAD, отличающийся тем, что позволяет проводить исследование динамических режимов совместной работы объёмных гидроприводных систем с электрическими двигателями как источниками энергии. Излагаются элементы теории и результаты компьютерных экспериментов.

**Ключевые слова:** электрогидравлические системы объёмных приводов, динамические рабочие режимы, методы исследований, математическая среда MathCAD, компьютерный эксперимент.

**The summary:** The method of probe volume electro-hydraulic drive systems in the environment of MathCAD, different is stated to that allows to conduct probe of dynamic conditions of teamwork volume hydraulic drive with electric motors as power sources. Elements of the theory and results of computer experiments are stated.

**Key words:** electro-hydraulic volume drive systems, dynamic operating modes, methods of probes, mathematical MathCAD environment, computer experiment.

**1. Введение.** Объёмный электрогидравлический привод (ОЭГП) является высокоэффективным и перспективным силовым приводом, который применяется на современных горно- и нефтедобывающих, строительных, дорожных и сельскохозяйственных мобильных машинах, а также на военной технике практически повсеместно [1 – 3]. Большинство из них работает в тяжёлых эксплуатационных условиях.

Тяжёлые условия эксплуатации создают проблемы, связанные с обеспечением долговечности и экономичности ОЭГП [4]. Под *тяжёлыми условиями эксплуатации* здесь понимаются частые и значительные перегрузки,

ударные нагрузки и вибрация, длительная работа на предельных нагрузочных режимах, работа в условиях существенной запылённости, загазованности, влажности и т.п.

В связи с созданием экономичных и долговечных ОЭГП, работающих в тяжёлых эксплуатационных условиях, актуальным является разработка современных методов их исследований, основанных на их обобщённых моделях. Обобщённые модели систем приводов – это совокупность их технических, физических, математических, а также компьютерных моделей, адекватно отражающих их основные эксплуатационные свойства [5]. Это позволит получить значительный экономический эффект за счёт снижения затрат на их проектирование, уменьшения объёма натурных испытаний, проведения компьютерных исследований, а также – виртуальных экспериментов.

## **2. Основная часть работы.**

### **2.1. Математические модели ЭД**

В исследуемых здесь моделях электрогидроприводных систем в качестве моделей источников электрической энергии использовались простейшие модели асинхронных и синхронных двигателей, а также двигателей постоянного тока. Для полноты анализа использовались модели двигателей равных мощностей.

#### **2.1.1 Модель электрического асинхронного двигателя**

В качестве модели электрического асинхронного двигателя (ЭАД) использовалась его простейшая модель с короткозамкнутым или фазным ротором без учёта: высших гармоник, изменения (при переходных режимах) значений индуктивностей и активных сопротивлений, связанных с явлениями насыщения магнитопровода двигателя и т.п.

Математическая модель двигателя представлялась в виде системы дифференциальных уравнений [6]:

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} i_{s\alpha} &= \frac{L_r(U_{s\alpha} - R_s i_{s\alpha}) + L(U_{r\alpha} + R_r i_{r\alpha}) + L(L_r \cdot i_{r\beta} + L \cdot i_{s\beta})\omega \cdot p}{L_s L_r - L^2} \\
\frac{d}{dt} i_{s\beta} &= \frac{L_r(U_{s\beta} - R_s i_{s\beta}) + L(U_{r\beta} + R_r i_{r\beta}) - L(L_r \cdot i_{r\alpha} + L \cdot i_{s\alpha})\omega \cdot p}{L_s L_r - L^2} \\
\frac{d}{dt} i_{r\alpha} &= \frac{-L_s(U_{r\alpha} + R_r i_{r\alpha}) + L(-U_{s\alpha} + R_s i_{s\alpha}) - L_s(L_r \cdot i_{r\beta} + L \cdot i_{s\beta})\omega \cdot p}{L_s L_r - L^2} \\
\frac{d}{dt} i_{r\beta} &= \frac{-L_s(U_{r\beta} + R_r i_{r\beta}) + L(-U_{s\beta} + R_s i_{s\beta}) + L_s(L_r \cdot i_{r\alpha} + L \cdot i_{s\alpha})\omega \cdot p}{L_s L_r - L^2} \\
M_{\ominus} &= \frac{3}{2} pL(i_{s\beta} i_{r\alpha} - i_{s\alpha} i_{r\beta})
\end{aligned} \tag{1}$$

В этих уравнениях  $U_{s\alpha}, U_{s\beta}, U_{r\alpha}, U_{r\beta}, i_{s\alpha}, i_{s\beta}, i_{r\alpha}, i_{r\beta}$  – соответственно, электрические напряжения и токи в обмотках статора и ротора в проекциях на оси  $\alpha$  и  $\beta$  системы координат, расположенной в воздушном зазоре между статором и ротором и жёстко связанной с неподвижным статором;  $L_s, L_r, L$  – индуктивности обмоток статора и ротора, а также их взаимная индуктивность, соответственно;  $R_s$  и  $R_r$  – соответственно, активные сопротивления обмоток статора и ротора;  $M_{\ominus}$  – электромагнитный момент двигателя;  $\omega$  – угловая скорость его вала;  $p$  – число пар полюсов ЭД.

В качестве примера здесь использовалась модель ЭАД: АКЗ 20 НР (15 кВт) [7].

### 2.1.2 Модель электрического синхронного двигателя

Математическая модель ЭСД представлялась в виде системы дифференциальных уравнений [8]:

$$\begin{aligned}
\varphi_{mexr} &= \varphi \\
\varphi_{mnr} &= p \cdot \varphi_{mexr} \\
\mathcal{G}_{\mathcal{E}L} &= \omega_{mns} \cdot t - \varphi_{mnr} \\
U_{sd} &= U_{s\max} \cdot \cos(\mathcal{G}_{\mathcal{E}L}) \\
U_{sq} &= U_{s\max} \cdot \sin(\mathcal{G}_{\mathcal{E}L}) \\
\omega &= \dot{\varphi} \\
\frac{di_{sd}}{dt} &= \frac{1}{L_{sd}} (U_{sd} - R_s \cdot i_{sd} + p \cdot i_{sq} \cdot L_{sq} \cdot \omega) \\
\frac{di_{sq}}{dt} &= \frac{1}{L_{sq}} (U_{sq} - R_s \cdot i_{sq} - p \cdot i_{sd} \cdot L_{sd} \cdot \omega - p \cdot \Phi_0 \cdot \omega) \\
M_{\mathcal{E}} &= \frac{3}{2} p (\Phi_0 \cdot i_{sq} + (L_{sd} - L_{sq}) i_{sd} \cdot i_{sq})
\end{aligned}$$

Здесь  $\varphi$  – угол поворота вала двигателя;  $\varphi_{mnr}$  – угол поворота магнитного поля ротора;  $p$  – число пар полюсов ротора;  $\mathcal{G}_{\mathcal{E}L}$  – угол отставания магнитного поля ротора от магнитного поля статора;  $U_{sd}$  – электрическое напряжение в обмотках статора (в проекции на ось d);  $U_{sq}$  – электрическое напряжение в обмотках статора (в проекции на ось q);  $i_{sd}$  – электрический ток в обмотках статора (в проекции на ось d);  $i_{sq}$  – электрический ток в обмотках статора (в проекции на ось q);  $R_s$  – электрическое сопротивление обмоток статора;  $L_{sd}$  – индуктивность обмоток статора (в проекции на ось d);  $L_{sq}$  – индуктивность обмоток статора (в проекции на ось q);  $\Phi_0$  – амплитуда магнитного потока (постоянного магнита), сцепленного с обмоткой статора.

### 2.1.3. Модель ЭД постоянного тока

Математическая модель электрического двигателя постоянного тока представлялась в виде системы уравнений [9]:

$$\begin{aligned}
\omega &= \dot{\varphi} \\
\frac{di_a}{dt} &= \frac{1}{L_a} (U_a - R_a i_a - L_{af} i_f \omega) \\
\frac{di_f}{dt} &= \frac{1}{L_f} (U_f - R_f i_f \omega) \\
M_{\mathcal{E}} &= p L_{af} i_a i_f
\end{aligned}$$

Здесь  $\varphi$  – угол поворота вала двигателя;  $\omega$  – угловая скорость его вала;  $i_a$  – электрический ток в обмотках якоря;  $i_f$  – электрический ток в обмотках возбуждения;  $U_a$  – электрическое напряжение в обмотках якоря;  $U_f$  – электрическое напряжение в обмотках возбуждения;  $R_a, R_f$  – электрическое сопротивление обмоток якоря и обмоток возбуждения, соответственно;  $L_a$  – индуктивность обмоток якоря;  $L_f$  – индуктивность обмоток возбуждения;  $L_{af}$  – взаимная индуктивность обмоток якоря и обмоток возбуждения.

## 2.2. Расчётная схема и математическая модель объёмного привода

В качестве модели силового объёмного гидравлического привода здесь исследовалась модель объёмного преобразователя скорости с объёмным аксиально-поршневым гидронасосом и одноимённым гидромотором, которые расположены в одном корпусе. На рисунке 4 изображена расчётная схема такого привода. Здесь указанные выше насос и мотор обозначены цифрами 3 и 4, соответственно. Гидравлическая система привода состоит из основного бака 8, предназначенного для хранения рабочей жидкости, ЭД 1 и 2, а также – подкачивающего лопастного насоса. В качестве источника внешних нагрузок здесь применялся вентилятор 6 с приводом от гидромуфты 5. Последние вместе с радиатором 7 входят в систему охлаждения двигателя КамАЗ-740. Цифрами в кружках отмечены датчики давления рабочей жидкости привода.

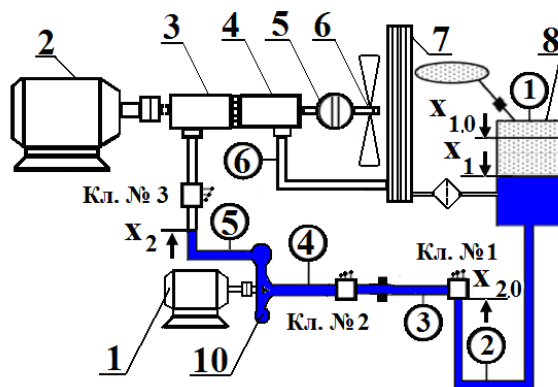


Рисунок 4. Расчётная схема силового объёмного электрогидравлического привода с объёмным преобразователем скорости.

В основу математической модели электрогидропривода положено уравнение движения вала электродвигателя, работающего совместно с объёмным гидронасосом:

$$J_{\Sigma} \ddot{\varphi} = M_{\mathcal{D}} - M_{\text{СОПР}} - M_H \quad (2)$$

Здесь  $\varphi(t)$  – угла поворота вала ЭД;  $J_{\Sigma}$ , кг·м<sup>2</sup> – суммарный момент инерции, учитывающий инерционность вращающихся частей, как самого ротора двигателя, так и приведенную к валу ротора инерционность вращающихся частей насоса;  $M_{\mathcal{D}}$ , Н·м – электромагнитный момент ЭД;  $M_{\text{СОПР}}$ , Н·м – момент сил сопротивления вращению валов ротора и объёмного насоса;  $M_H$ , Н·м – вращающий момент на силовом валу объёмного насоса.

Вращающий момент  $M_H$  на валу привода объёмного гидравлического насоса вычислялся на основе закона сохранения и превращения энергии для объёмных гидромашин:

$$M_H = \frac{1}{\omega_H} \Delta p_H \cdot Q_H \quad (3)$$

Здесь  $Q_H$  – действительная (с учётом объёмного КПД) подача рабочей жидкости, обеспечиваемая объёмным гидронасосом;  $\omega_H = \dot{\varphi}$  – угловая скорость вала объёмного гидронасоса;  $\Delta p_H$  – повышение давления рабочей жидкости в объёмном насосе, определяемое равенством:

$$\Delta p_H = p_{H.\text{ВЫХ}}(t, x_2, \dot{x}_2, \ddot{x}_2) - p_{H.\text{ВХ}}(t, x_1, \dot{x}_1, \ddot{x}_1) \quad (4)$$

Здесь:  $x_2, \dot{x}_2, \ddot{x}_2$  – соответственно, координата, скорость и ускорение фронта жидкости, заполняющей магистраль после объёмного насоса;  $x_1, \dot{x}_1, \ddot{x}_1$  – одноимённые параметры, относящиеся к уровню (фронту) жидкости в баке. В соотношении (4) функции  $p_{H.\text{ВЫХ}}(t, x_2, \dot{x}_2, \ddot{x}_2)$  и  $p_{H.\text{ВХ}}(t, x_1, \dot{x}_1, \ddot{x}_1)$ , определяются равенствами:

$$p_{H.\text{ВЫХ}}(t, x_2, \dot{x}_2, \ddot{x}_2) = p(t, x_2) + \rho(x_2 - \ell_{H.\text{ВЫХ}}) \cdot \ddot{x}_2 +$$

$$+ \rho \left[ \lambda \frac{(x_2 - \ell_{H.BYIX})}{d_{TP}} + \sum_{i=1}^k \zeta_i \right] \cdot \dot{x}_2^2 + \Delta p_M(t) \quad (5)$$

$$p_{H.BX}(t, x_1, \dot{x}_1, \ddot{x}_1) = p_B(t, x_1) - \rho \left( \ell_B - x_1 + \ell_{B.BYIX-H.BX} \frac{\sigma_B}{\sigma_{TP}} \right) \cdot \ddot{x}_1 - \\ - \rho \left\{ \lambda \cdot \left[ \frac{\ell_B - x_1}{d_B} + \frac{\ell_{B.BYIX-H.BX}}{d_{TP}} \left( \frac{\sigma_B}{\sigma_{TP}} \right)^2 \right] + \sum_j^n \zeta_j \right\} \cdot \frac{1}{2} \cdot \dot{x}_1^2 + \\ + \Delta p_{H.L}(t). \quad (6)$$

В этом равенстве:  $p_B(t, x_1)$  – давление в газовой полости бака;  $\ell_B$  – длина (высота) бака;  $\ell_{B.BYIX-H.BX}$  – длина магистрали от выхода из бака до входа в объёмный гидронасос;  $\sigma_B, d_B$  – площадь сечения и диаметр бака, соответственно;  $\Delta p_{H.L}(t)$  – повышение давления жидкости в подкачивающем лопастном насосе. Эти функции получены из обобщённых уравнений Бернулли для двух участков магистралей. Первый участок (соотношение (5)): от выхода из объёмного насоса до фронта жидкости, заполняющей канал участка магистрали после гидронасоса. Второй участок (соотношение (6)): от уровня жидкости в баке до входа в объёмный насос.

В соотношении (5)  $p(t, x_2)$  – давление на подвижной границе жидкости после объёмного насоса, например при заполнении канала после этого насоса;  $\ell_{H.BYIX}$  – координата точки магистрали на выходе из объёмного насоса;  $d_{TP}, \sigma_{TP}$ , – диаметр и площадь канала трубопровода после объёмного насоса, соответственно;  $\sum_{i=1}^k \zeta_i$  – сумма коэффициентов местных потерь напора жидкости на указанном участке магистрали;  $\lambda$  – коэффициент путевых потерь напора жидкости;  $\Delta p_M(t)$  положительная величина, равная разности давлений жидкости на входе и выходе из гидромотора, определяемая внешней нагрузкой на гидромотор, т.е. вращающим моментом  $M_M(t)$  на валу гидромотора:

$$\Delta p_M(t) = \frac{1}{Q_M(t)} \cdot M_M(t) \cdot \omega_M(t) \quad (7)$$

Индекс “м” указывает здесь, что все соответствующие параметры относятся к гидромотору.

В систему уравнений (1) – (7) входят неизвестные функции: координаты  $x = x_1(t)$  и  $x = x_2(t)$  подвижных границ жидкой среды и углы  $\varphi_H(t), \varphi_M(t)$  поворота валов гидравлических машин, насоса и мотора, соответственно. Неизвестными функциями здесь также являются: проекции  $i_{s\alpha}, i_{s\beta}, i_{r\alpha}, i_{r\beta}$  – электрических токов в обмотках статора и ротора на оси  $\alpha$  и  $\beta$  системы координат, расположенной в воздушном зазоре между статором и ротором и жёстко связанной с неподвижным статором.

Следует отметить, что методы расчёта динамических режимов работы электрогидромеханических систем с лопастными и объёмными гидравлическими машинами *существенно отличаются*. Это обусловлено *разными принципами работы лопастных и объёмных гидравлических машин*. Как известно, лопастные машины – “проточные”: здесь вход в машину постоянно и свободно сообщается с выходом через каналы между лопастями. Объёмные же машины, наоборот – “герметичные”: здесь вход в машину постоянно и герметично разобщён с выходом. Поэтому заполнение канала с объёмным насосом (в отличие канала с лопастным насосом), а также движение жидкости по каналу с объёмным насосом возможно только при вращении вала его привода. В связи с этим функции  $x(t)$  и  $\varphi(t)$  – уже не являются здесь независимыми, как в случае с лопастным насосом. Положение  $x(t)$  подвижной границы жидкости в этом случае уже *непосредственно зависит* от угла  $\varphi(t)$  поворота вала объёмного насоса. В связи с этим расчёт динамических режимов работы электрогидравлических систем с объёмными гидромашинами сводится только к решению системы уравнений (2) – (7), а также системы уравнений, опреде-



ляющих модель электродвигателя ( для асинхронного двигателя это система

уравнений (1)). При этом скорости и ускорения подвижных границ жидкости, т.е.  $\dot{x}(t)$  и  $\ddot{x}(t)$ , определяются функциям  $\dot{\varphi}(t)$  и  $\ddot{\varphi}(t)$ . Неизвестные функции:  $x(t)$ ,  $\varphi(t)$  и  $i_i$  определяются здесь в ходе расчётов, в процессе математического моделирования единой электрогидравлической системы (ЭГС). Отметим ещё одно главное отличие лопастных гидромуфт от гидромуфт объёмного типа, каковым является объёмный преобразователь скорости. В последнем ускорение  $\ddot{\varphi}_M$  вала мотора уже не является независимым от ускорения  $\ddot{\varphi}_H$  вала насоса, а определяется равенством:

$$\ddot{\varphi}_M = \eta_{ноб} \cdot \eta_{моб} \cdot \frac{q_H}{q_M} \ddot{\varphi}_H$$

Итак, описанным выше способом математическая модель динамических режимов работы электрогидропривода сведена к приведенной и описанной выше системе алгебраических и обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений. На её основе был разработан метод расчёта динамических режимов работы объёмного гидравлического привода с ЭД как единой электрогидромеханической системы.

Создана программа расчёта и моделирования электрогидропривода на ЭВМ в математической среде Mathcad. Ниже представлена математическая модель динамики запуска силового объёмного гидравлического привода в виде объёмного преобразователя скорости.

### **2.3. Компьютерная модель объёмного гидравлического преобразователя скорости**

#### ***Основные соотношения, определяющие внешнюю нагрузку***

$$t_{\text{НАГР}} = 0.026$$

$$M_{\text{НАГР}} = 0 \text{ если } t \leq t_{\text{НАГР}}$$

$$M_{\text{НАГР}} = \frac{95}{157^2} (\omega_T)^2 (1 - e^{-5(t-t_{\text{НАГР}})}) \text{ если } t > t_{\text{НАГР}}$$

$$J_{\text{НАГР}} = 0 \text{ если } t \leq t_{\text{НАГР}}$$

$$J_{\text{НАГР}} = 0.5 \cdot (1 - e^{-5(t-t_{\text{НАГР}})}) \text{ если } t > t_{\text{НАГР}}$$

**Основные соотношения для расчёта динамических режимов совместной работы ЭД и объёмного гидропривода как единой электрогидроприводной системы**

$$\ddot{\varphi}_H = \frac{1}{J_r \Sigma} (M_{\text{Э}} - (k_{\text{тр}r} + k_{\text{тр}H} + k_{\text{тр}M} \cdot \eta_{\text{ноб}} \eta_{\text{моб}}) \dot{\varphi}_H - M_{\text{НАГР}})$$

$$\dot{\omega}_H = \frac{1}{J_r \Sigma} (M_{\text{Э}} - (k_{\text{тр}r} + k_{\text{тр}H} + k_{\text{тр}M} \cdot \eta_{\text{ноб}} \eta_{\text{моб}}) \dot{\varphi}_H - M_{\text{НАГР}})$$

$$\ddot{\varphi}_M = \eta_{\text{ноб}} \cdot \eta_{\text{моб}} \cdot \frac{q_H}{q_M} \ddot{\varphi}_H$$

$$M_H = M_{\text{Э}} - k_{\text{тр}H} \cdot \dot{\varphi}_H - (J_r + J_H) \ddot{\varphi}_H$$

$$M_M = M_{\text{НАГР}} + k_{\text{тр}M} \cdot \dot{\varphi}_M + (J_M + J_{\text{НАГР}}) \ddot{\varphi}_M$$

$$\Delta p_H = \frac{2\pi}{q_M} M_H$$

$$\Delta p_M = \frac{2\pi}{q_M} M_M$$

**Основные характеристики насоса и мотора как многопоршневых объёмных гидромашин (рассчитываются по отдельной программе)**

$$M_{H\Sigma} = M_{H\Sigma}(\varphi_H, \Delta p_H)$$

$$Q_{H\Sigma} = Q_{H\Sigma}(\varphi_H, \dot{\varphi}_H)$$

$$M_{M\Sigma} = M_{M\Sigma}(\varphi_M, \Delta p_M)$$

$$Q_{M\Sigma} = Q_{M\Sigma}(\varphi_M, \dot{\varphi}_M)$$

$$\dot{Q}_{H\Sigma} = Q_{H\Sigma}(\varphi_H, \dot{\varphi}_H, \ddot{\varphi}_H)$$

**Основные обозначения:**  $k_{\text{тр}H}$ ,  $k_{\text{тр}M}$  – коэффициенты трения объёмного насоса и мотора, соответственно;  $\eta_{\text{ноб}}$ ,  $\eta_{\text{моб}}$  – объёмные КПД насоса и мотора, соответственно;  $J_H$ ,  $J_M$  – моменты инерции вращающихся частей насоса и мотора, соответственно;  $J_r \Sigma$  – суммарный момент инерции вращающихся частей привода;  $\varphi_H$ ,  $\varphi_M$  – углы поворота валов насоса и мотора, соот-

ответственно;  $M_H, M_M$  – вращающие моменты на валах насоса и мотора, соответственно;  $\Delta p_H, \Delta p_M, q_H, q_M$  – перепады давления на насосе и моторе, а также их рабочие объёмы, соответственно;  $M_{H\Sigma}, M_{M\Sigma}$  – вращающие моменты на валах насоса и мотора, учитывающие работу всех поршней объёмных машин, соответственно;  $Q_{H\Sigma}, Q_{M\Sigma}$  – объёмный расход жидкости через насос и мотор, учитывающие подачу всех цилиндров, соответственно;  $\dot{Q}_{H\Sigma}$  – производная по времени от объёмной подачи насоса.

## 2.4. Результаты компьютерного моделирования

Ниже представлены результаты компьютерного моделирования совместной работы объёмного гидравлического привода с ЭД как единой электрогидромеханической системы.

Так, на рисунках 5 и 6, показанных ниже, изображены особенности затухающего колебательного процесса перераспределения энергии между входом и выходом из исследуемой системы с асинхронным ЭД.

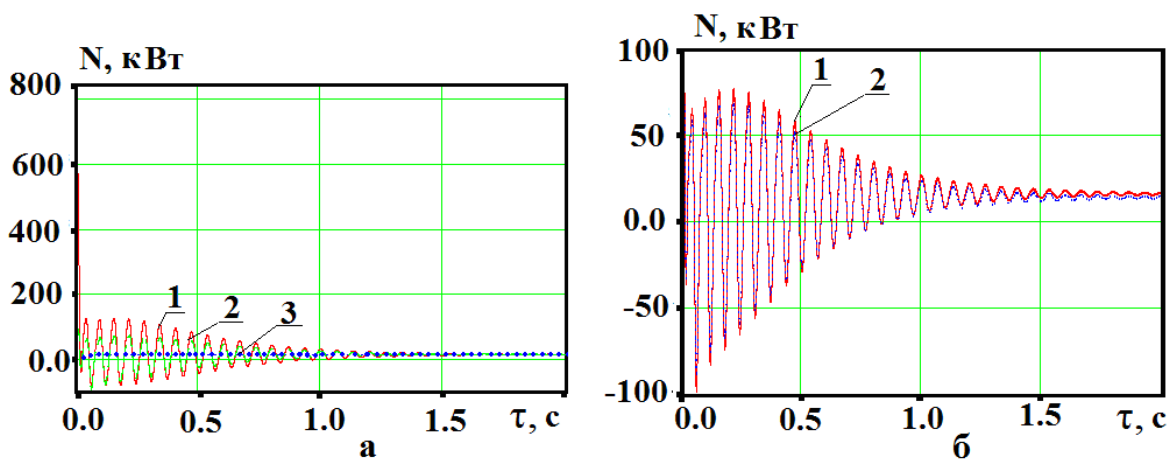


Рисунок 5: а – картина периодического поступления электрической и механической энергии в привод при запуске системы; б – картина периодического поступления механической энергии в привод при запуске системы.

Эти особенности проявляются в том, что при выходе на холостой ход (а также при выходе на расчётный режим) валы электрических и гидравличе-

ских машин переходят на затухающий колебательный режим. Здесь основной режим периодически меняется, на так называемый “обратимый режим”. При названном режиме насос выполняет функции гидромотора и наоборот. Здесь насос периодически передаёт энергию ротору, а ротор – статору. Эти особенности хорошо видны на указанном рисунке 5а, на котором показаны картины периодического поступления электрической энергии в привод (кривая 1) и её преобразование в механическую работу гидромотора (кривая 2) при экспоненциальном возрастании расчётной нагрузки (кривая 3). На рисунке 5б показано изменение полезной энергии объёмного насоса (кривая 1) и мотора (кривая 2), которая также периодически изменяет величину и знак в начале исследуемого процесса, подтверждая отмеченную выше особенность.

Другие особенности, подобные этой, хорошо видны на рисунке 6.

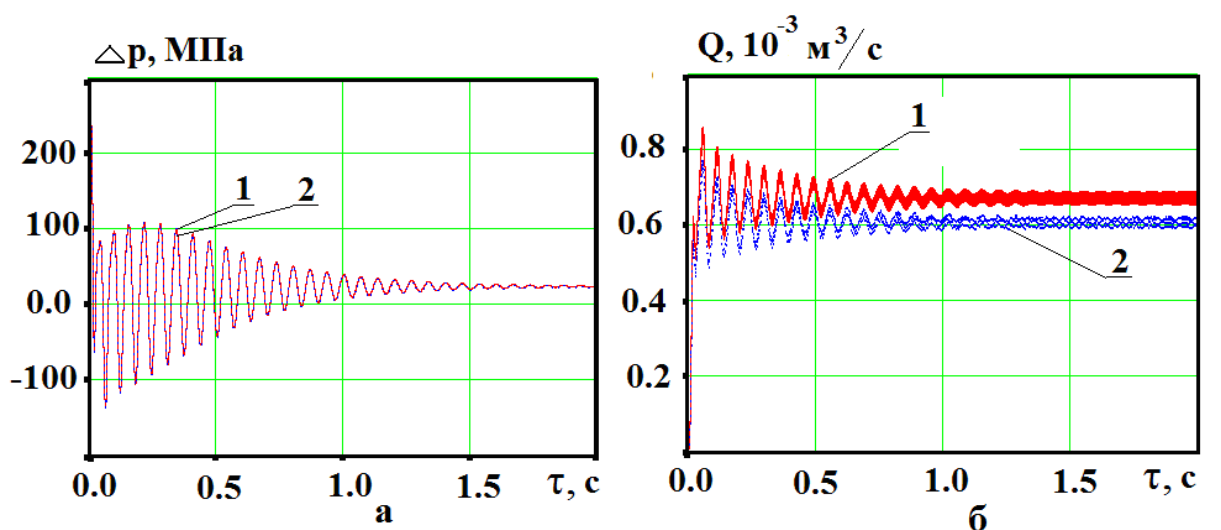


Рисунок 6: а – характер проявления обратимости гидромашин привода при его запуске; б – характер изменения подачи насоса на выходе из насоса и на входе в гидромотор при запуске системы.

Здесь, на рисунке 6а показана картина периодического изменения не только величины, но и знака перепада давления на насосе и моторе в начале процесса (до 1 с) запуска системы.

На рисунке 7 показана картина изменения электрических токов в обмотках статора ЭД ( $i_{s\alpha}$  – кривая 1,  $i_{s\beta}$  – кривая 2 на рисунке 7а), а также характер

влияния поршневой системы объёмного насоса на изменения давления на его входе при запуске гидравлической системы привода (рисунок 7б). Кривая 1 на рисунке 7б показывает изменение давления на входе в насос с учётом влияния работы поршней насоса; кривая 2 характеризует изменение указанного давления без учёта этого влияния.

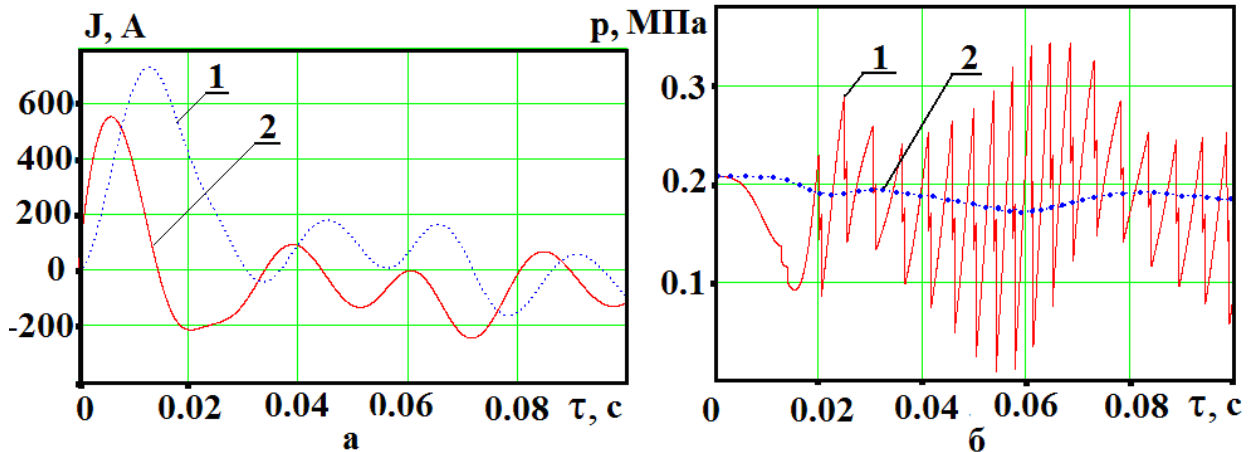


Рисунок 7: а – картина изменения электрических токов статора при запуске ЭАД; б – картина изменения давления на входе в объёмный насос при запуске системы.

На рисунках, показанных ниже, представлены результаты компьютерного моделирования динамических режимов работы ЭД: асинхронного, синхронного двигателей (рисунки 1 и 2, соответственно), а также электродвигателя постоянного тока (рисунок 3) с исследуемым объёмным приводом.

Так, на рисунке 8 изображается динамика запуска и работа с перегрузкой (коэффициент перегрузки равен 2) системы с асинхронным ЭД. Здесь показан режим запуска, холостого хода, а также наброс перегрузки в момент времени  $\tau=0.26$ с. На рисунке 8а изображена частота вращения вала ЭД.

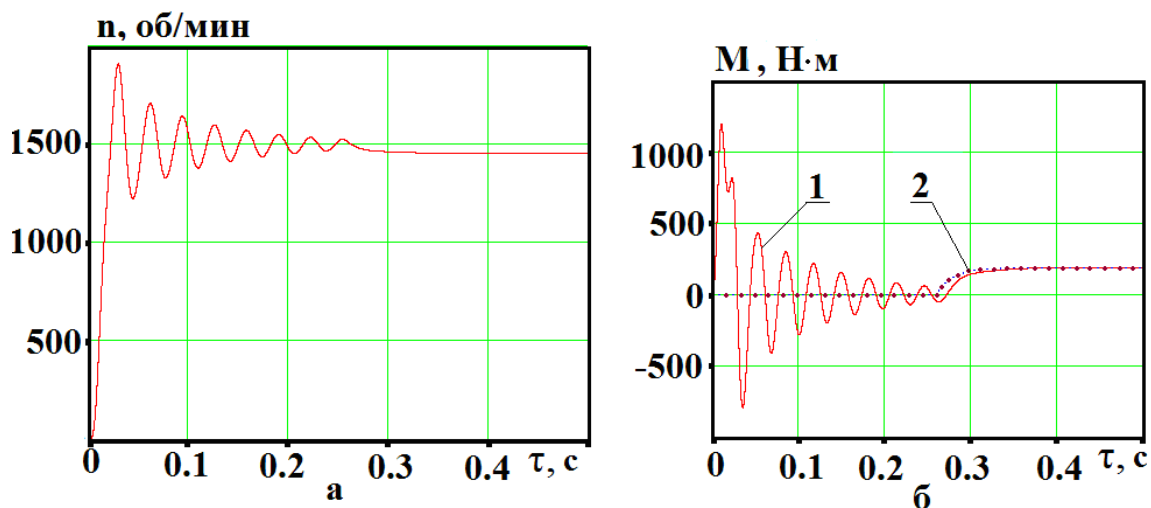


Рисунок 8. Динамика запуска и нагрузки системы с ЭАД: а – частота вращения вала двигателя; б – изменение электромагнитного момента двигателя и характеристика внешней нагрузки.

Показано также (см. рисунок 8б) – изменение электромагнитного момента двигателя (кривая 1), а также характеристика внешней нагрузки (кривая 2).

Исследования показали, что данная модель системы с электрическим асинхронным двигателем хорошо выдерживает перегрузки (до 12 единиц) с большим моментом инерции. Исследуемая модель системы с синхронным ЭД, в отличие от него, наоборот, плохо выдерживает перегрузки (не более 2 единиц), особенно, с большим моментом инерции (не более, чем в 4 раза превышающим расчётный). Колебательную нагрузку с амплитудой 0,1 и колебаниями в 1 Гц эта машина практически не реагирует. Если частоту колебаний увеличить в 10 раз, и выше, то данная модель с синхронной машиной будет реагировать на такие колебания незначительно (см. рисунок 9а).

На рисунке 9 изображается динамика запуска и работа системы с синхронным двигателем и синусоидальной нагрузкой (с частотой 10 Гц) на вал последнего. Здесь показан режим запуска, холостого хода, а также наброс нагрузки в момент времени  $\tau=0.1$ с. На рисунке 9а изображена частота вращения вала двигателя (кривая 1). Кривая 2 этом рисунке показывает расчётную частоту вращения вала ЭД – 750 об/мин. Показано также (см. рисунок 9б) – изменение электромагнитного момента двигателя (сплошная линия 1), а также характеристика внешней нагрузки (точечная линия 2).

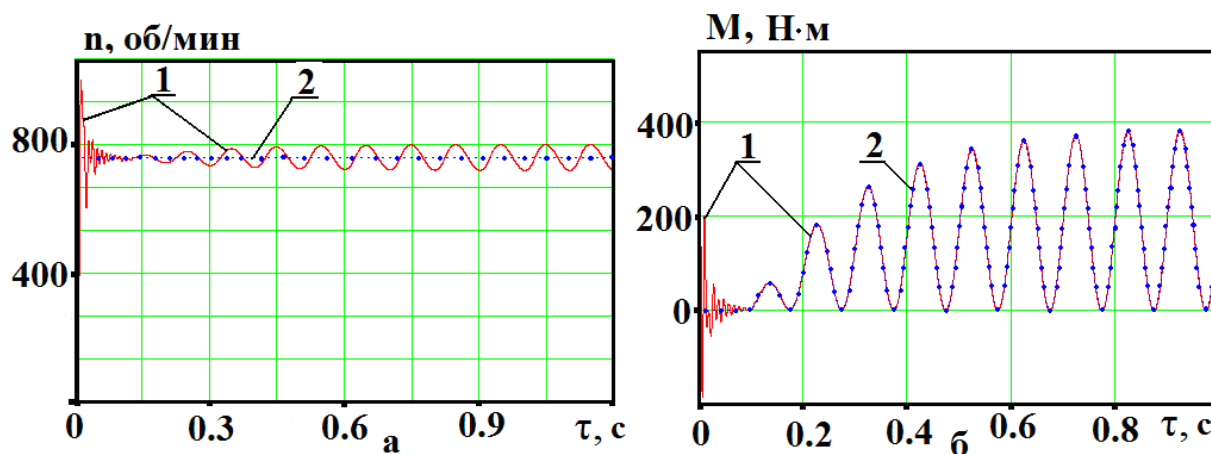


Рисунок 9. Динамика запуска системы с ЭСД и нагрузкой синусоидального характера: а – частота вращения вала двигателя; б – изменение электромагнитного момента двигателя и внешней нагрузки.

На рисунке 10 изображается динамика запуска и работа системы с двигателем постоянного тока и синусоидальной нагрузкой частотой 10 Гц. Здесь показан режим запуска, холостого хода, а также наброс нагрузки в момент времени  $\tau=1$ с. На рисунке 10а изображена частота вращения вала двигателя. Показано также (см. рисунок 10б) – изменение электромагнитного момента двигателя (сплошная линия 1), а также характеристика внешней нагрузки (точечная линия 2).

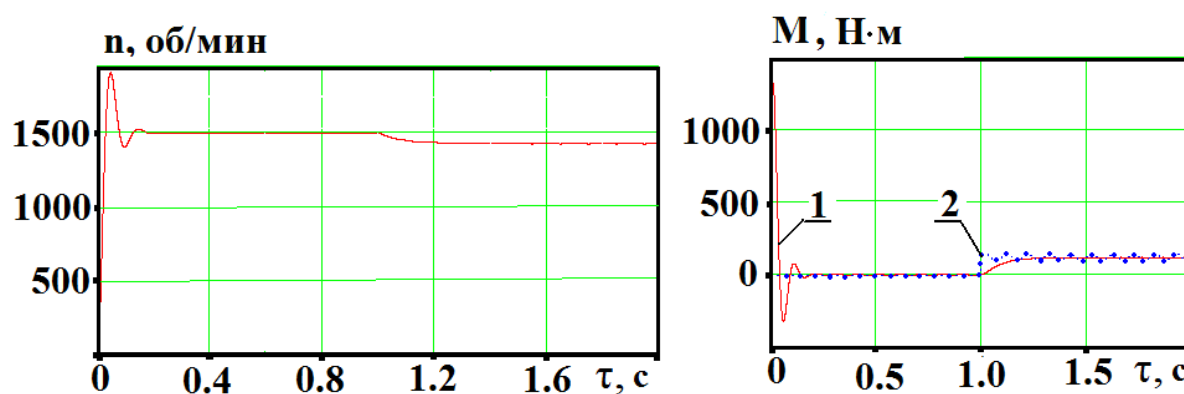


Рисунок 10. Динамика запуска системы с двигателем постоянного тока: а – частота вращения вала двигателя; б – изменение электромагнитного момента двигателя и вращающего момента внешней нагрузки.

Кроме этого, исследования показывают, что объёмный гидропривод в виде совокупности объёмных аксиально-поршневых гидромашин: объёмного

гидронасоса и одноимённого гидромотора, физически сходен с электрическим приводом в виде синхронного ЭД. Здесь вал привода насоса отстаёт от вала гидромотора не по угловой скорости (как в гидромуфтах), а по только углу вращения, как в синхронном двигателе. В последнем, как известно, угол поворота вала ротора отстаёт от угла поворота электромагнитного поля статора, причём, это отставание увеличивается с ростом нагрузки на вал ЭАД. В исследуемом объёмном приводе отставание угла поворота вала гидромотора от угла поворота вала насоса также растёт с увеличением нагрузки. Однако, здесь это отставание обусловлено сжимаемостью рабочей жидкости привода, а также ростом объёмных потерь.

На основании компьютерного моделирования, результаты которого описаны выше, можно утверждать, что разработанный в этой главе метод расчёта ЭД с объёмным гидроприводом как единой теплогидромеханической системы, вполне адекватно описывает особенности физических процессов, сопровождающих работу исследуемой системы.

В общем виде математическое моделирование динамических режимов работы исследуемой системы сводится к решению задач Коши для системы обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка, записанной в векторном виде:

$$\ddot{\vec{x}}(t) = f(\dot{\vec{x}}(t), \vec{x}(t), u(t), t, \theta), \quad \dot{\vec{x}}(t_0) = \dot{\vec{x}}_0, \quad \vec{x}(t_0) = \vec{x}_0. \quad (8)$$

Здесь  $\vec{x}(t)$  – вектор-функция, описывающая техническое состояние системы. Аргументами этой вектор-функции являются: угол поворота вала ЭД, насоса или мотора, координаты подвижных границ рабочей жидкости в баке или в напорном канале после насоса. Функция  $u(t)$  характеризует управление системой;  $\theta$  – параметры модели системы;  $t$  – время.

Система уравнений (12) решается совместно с системой алгебраических уравнений:

$$\vec{g}(\ddot{\vec{x}}(t), \dot{\vec{x}}(t), \vec{x}(t), u(t), t, \theta) = 0, \quad (9)$$



$$\vec{h}(\ddot{\vec{x}}(t), \dot{\vec{x}}(t), \vec{x}(t), t, \theta) = 0, \quad (10)$$

первая из которых, т.е. (9), характеризует изменяющееся поведение модели с помощью команд, определяемых функцией управления  $u(t)$ . С помощью этой системы рассчитываются величины: массовых расходов жидкости в гидравлических каналах системы, определяется давление жидкости в контрольных точках каналов и т.п. Вторая, т.е. равенство (10), характеризует особенности поведения модели в процессе работы ЭГМС: пуск или останов ЭД, открытие и закрытие клапана параллельной линии привода, опорожнение или заполнение жидкостью какого – либо канала и т.п.

Отметим, что число дифференциальных уравнений системы в процессе работы модели привода может изменяться, например, при включении нового источника или потребителя энергии привода. Таким образом, здесь используется аппарат математического моделирования так называемых *гибридных динамических систем* [10,11]. Эти системы являются математическими моделями физических объектов, поведение которых непрерывно меняется в зависимости от изменения, как сигналов управления, так и внешних воздействий, например в процессе виртуальных испытаний объектов.

## **Выводы.**

В данной статье описан метод исследования объёмных электрогидроприводных систем в среде MathCAD. Метод основан на созданных обобщённых моделях синхронных, асинхронных электрических двигателей, а также двигателей постоянного тока, работающих совместно с гидравлическим приводом в виде объёмного преобразователя скорости – объёмной гидромuffты. Как показали компьютерные эксперименты, метод позволяет с достаточным качеством исследовать процессы, сопровождающие работу исследуемых систем, в том числе в тяжёлых условиях их эксплуатации. Это позволяет использовать его для компьютерных исследований, а также – для виртуальных экспериментов. Это позволит получить экономический эффект за счёт снижения

затрат на проектирование объёмных электрогидроприводных систем, а также – за счёт снижения объёма их натуральных испытаний.

#### Литература

1. Гидравлика, гидромашины и гидроприводы: Учебник для машиностроительных вузов/ Т.М. Башта, С.С. Руднев, Б.Б. Некрасов и др. 2-е изд. переработ. – М.: Машиностроение, 1982. – 423 с.
2. Башта Т.М. Объёмные насосы и гидравлические двигатели гидросистем. Учебник для вузов. М.: Машиностроение, 1974. 600 с
3. Машиностроительный гидропривод/ под ред. В.Н. Прокофьева М.: Машиностроение, 1978. 495 с.
4. Озерский А.И., Бабенков Ю.И., Шошиашвили М.Э. Перспективные направления развития силового гидравлического привода. // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. науки. 2008. № 6. С. 55 – 61.
5. Ozerskiy A.I., Shoshiahvili M.E. Simulation of Elektro-Hydraulic Drive with Ampulized Hydraulic Sustum // Works of the international Scientific and technical conference “Computer Modeling and Simulation”, 2 - on July, 4th, 2014. St.-Petersburg: Publishing house Polytechnical University 2014.p. 68 – 71.
6. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин: Учебник для вузов. 2-е изд., перераб. и доп./ И.П. Копылов – М.: Высш. шк., 1994. – 318 с.
7. Ключев В.И. Теория электропривода: учебник для вузов. М.: Энергоатомиздат, 1985. 560 с.
8. Герман-Галкин С.Г. Matlab & Simulink. Проектирование мехатронных систем на ПК. – СПб.: КОРОНА-Век, 2008. 368 с.
9. Черных И.В. "Моделирование электротехнических устройств в MATLAB", Sim Power Systems и Simulink. Издание второе. М., 2012. 382 с.
10. Целигоров Н.А., Целигорова Е.Н. Исследование робастной абсолютной устойчивости системы стабилизации летательного аппарата // 14-я Между-

нар. конф. «Авиация и космонавтика – 2015». 16 – 20 ноября 2015 г.: сб. тезисов докладов / МАИ. М., 2015. С.215 – 217.

11. Колесов Ю.Б., Сениченков Ю.Б. Математическое моделирование гибридных динамических систем: учебное пособие/ СПб.: Изд-во Политехн. ун-та. 2014. 238 с.

#### Сведения об авторах

Озерский Анатолий Иванович

Рабочий адрес: Донской государственный технический университет.

Адрес: 344000, Ростовская область, г. Ростов-на-Дону, пл. Страна Советов, д. 1.

Должность: Зав. кафедрой Теплоэнергетика и прикладная гидромеханика ДГТУ, к.т.н., доцент

Электронная почта: [spu-36.3@donstu.ru](mailto:spu-36.3@donstu.ru)

SPIN-код: 0000-0000

Бабенков Юрий Иванович

Рабочий адрес: Донской государственный технический университет.

Адрес: 344000, Ростовская область, г. Ростов-на-Дону, пл. Страна Советов, д. 1.

Должность: доцент кафедры Теплоэнергетика и прикладная гидромеханика ДГТУ, к.т.н., доцент

Электронная почта: [spu-36.3@donstu.ru](mailto:spu-36.3@donstu.ru)

SPIN-код: 0000-0000

Галка Галина Александровна

Рабочий адрес: Донской государственный технический университет.

Адрес: 344000, Ростовская область, г. Ростов-на-Дону, пл. Страна Советов, д. 1.

Должность: Ст. преподаватель кафедры Теплоэнергетика и прикладная гидромеханика ДГТУ

Электронная почта: [spu-36.3@donstu.ru](mailto:spu-36.3@donstu.ru)

SPIN-код: 0000-0000

**A. Ozerskij**

Don state technical University, Head of the Department.

Postal address: 2, Strana Sovetov St., Rostov on Don, 344000, Russia

**J. Babenkov**

Don state technical University, assistant professor.

Postal address: 2, Strana Sovetov St., Rostov on Don, 344000, Russia

**G. Galka**

Don state technical University, assistant.

Postal address: 2, Strana Sovetov St., Rostov on Don, 344000, Russia